

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ (Бакалавриат)

ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

На экзамене по математике поступающий должен показать:

- четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение доказывать эти теоремы;
- умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Программа состоит из трех разделов. Первый из них представляет собой перечень основных математических понятий и фактов, которыми должен владеть поступающий, уметь правильно их использовать при решении задач. Во втором разделе указаны теоремы, которыми должен уметь пользоваться экзаменуемый. В третьем разделе перечислены основные математические умения и навыки, которыми должен владеть экзаменуемый.

1. ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ И ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем.
8. Логарифмы, их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Деление многочлена на одночлен. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции. Функция, обратная данной.

12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.
13. Достаточное условие возрастания, убывания функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Теорема Ферма. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функций:
- линейной $y = kx + b$;
 - квадратичной $y = ax^2 + bx + c$;
 - степенной $y = x^n$, $y = x^{-n}$;
 - показательной $y = a^x$;
 - логарифмической $y = \log_a x$;
 - тригонометрических функций $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$;
 - арифметического корня $y = \sqrt[n]{x}$;
 - функции $y = \|x\|$.
15. Понятие сложной функции.
16. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
17. Неравенства. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.
18. Системы уравнений и неравенств, содержащих параметр. Решения системы.
19. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии. Формула суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
20. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов (формулы).
21. Преобразование в произведения сумм: $\pm \sin \alpha \pm \sin \beta$ и наоборот.
22. Круговые (обратные) тригонометрические функции $\arcsin x, \arccos x, \operatorname{arctg} x, \operatorname{arccotg} x$.
23. Определение производной. Её физический и геометрический смысл.
24. Производные функций: $(x^n)' = nx^{n-1}$; $(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$, $(a^x)' = a^x \ln a$.
25. Производная сложной функции.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.
2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Движение, его свойства.
3. Векторы. Операции над векторами. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по векторам, заданным координатами. Длина вектора. Проекция вектора на ось.

Скалярное произведение векторов.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.
6. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.
7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.
8. Центральные и вписанные углы.
9. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
13. Параллельность прямой и плоскости.
14. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
16. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды и их виды.
17. Фигуры вращения: цилиндр, сфера, конус, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость касательная к сфере.
18. Формула объема параллелепипеда.
19. Формулы площади поверхности и объема призмы.
20. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
21. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.
22. Формула площади поверхности и объема конуса.
23. Формулы объема шара и его частей.

2. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y = x + b$ и её график.
2. Свойства функции $y = kx + b$ и её график.
3. Свойства функции $y = x^2 + b$ и её график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
6. Свойства числовых неравенств.
7. Логарифм произведения, степени, частного.
8. Определение и свойства функций $y = a^x$, $y = \log_a x$ и их графики.

9. Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\tan x = a$.
10. Формулы приведения.
11. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
12. Тригонометрические функции двойного и половинного угла.
13. Выражение одних круговых функций через другие.
14. Производная суммы двух функций.
15. Производная произведения двух функций.
16. Производная частного двух функций.
17. Уравнение касательной к графику функции.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
5. Признаки параллелограмма.
6. Окружность, описанная около треугольника и окружность, вписанная в треугольник.
7. Касательная к окружности, секущая и их свойства.
8. Измерение угла, вписанного в окружность.
9. Признаки подобия треугольников.
10. Теорема Пифагора.
11. Теорема косинусов.
12. Теорема синусов.
13. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
14. Формула расстояния между двумя точками на плоскости. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение окружности.
15. Признаки параллельности прямой и плоскости.
16. Признаки параллельности плоскостей.
17. Разложение вектора по осям координат.
18. Операции над векторами заданными координатами (сложение, вычитание, разложение по векторам, умножение на скаляр, скалярное произведение).
19. Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.
20. Перпендикулярность двух плоскостей.
21. Теорема о параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.

3. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, производить приближенную прикидку результата; пользоваться калькуляторами и таблицами для производства вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним, решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Решать уравнения и системы, содержащие параметр.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии - при решении геометрических задач.
8. Проводить операции над векторами и пользоваться свойствами этих операций (линейные операции, длина вектора, проекция вектора на ось, разложение вектора по векторам, скалярное произведение векторов).
9. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание и убывание, экстремумы и при построении графиков функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Письменный Д.Т. Готовимся к экзамену по математике. – Айрис-Пресс, 2005
2. Крамор В.С. Готовимся к экзамену по математике. – Оникс, 2008
3. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. – Оникс, 2008
4. Крамор В.С. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начала анализа. – Мнемозина, 2004
5. Под ред. Сканава М.И. "Сборник задач по математике для поступающих в вузы. 6-е изд." – Мир и Образование, 2019